



מכללת אורט כפר-סבא

מבני נתונים ויעילות אלגוריתמים

תרגיל מס' 7

פתרו את השאלות הבאות. יש לסיים את התרגיל עד יום ד' (12.11).

שאלה 1

כתבו פונקציה בשפת C אשר כותרתה היא :

```
void recursive_selection_sort (int a[], int n)
```

- א. הפונקציה תקבל מערך a של מס' שלמים שגודלו n, ותמין אותו לפי האלגוריתם למיון בחירה אך בצורה רקורסיבית: ראשית הפונקציה תמצא את האיבר המינימלי במערך, ותחליף בינו לבין האיבר השמאלי ביותר. לאחר מכן, הפונקציה תמין באופן רקורסיבי את n-1 האיברים האחרונים של המערך.
- ב. כתבו נוסחת נסיגה T(n) המתארת את זמן הריצה של הפונקציה מסעיף א', ופתרו אותה באמצעות שיטת האיטרציה.
- ג. האם הגרסה הרקורסיבית של מיון בחירה יעילה יותר אסימפטוטית (בסדר גודל) מאשר הגרסה האיטרטיבית של האלגוריתם?

שאלה 2

לפניכם אלגוריתם המקבל כקלט מחרוזת תווים :

אתחל-מחסנית $stk \leftarrow$

קלוט תו $ch \leftarrow$

כא עוק 'a', $ch =$, כצ:

דחוף-מחסנית (stk,ch)

קלוט תו $ch \leftarrow$

כא עוק 'b' $ch =$ ודא מחסנית-ריקה? (stk), כצ:

דחוף-מחסנית (stk) $ch \leftarrow$

קלוט תו $ch \leftarrow$

אם לא נותרו עוק תווים בקלט ודא מחסנית-ריקה? (stk) , אזי:

החזר 'אמת'

אחרת:

החזר 'שקר'

עבור אילו מחרוזות האלגוריתם יחזיר 'אמת'?

שאלה 3

נתון האלגוריתם הרקורסיבי הבא, המקבל מחסנית S לא ריקה, המכילה מספרים:

סוף-כאוס (S)

$num \leftarrow (S)$ **פוף-מחנסנית**

אם מחנסנית-ריקה? (S), אזי:

החזר 'אמת'

אחרת:

אם $num > (S)$ **הצף-מחנסנית**, **הצף**:

החזר **סוף-כאוס (S)**

אחרת:

החזר 'שקר'

- א. תנו דוגמא למחנסנית בת חמישה איברים לפחות, שעבורה האלגוריתם יחזיר 'אמת',
ודוגמא שעבורה הוא יחזיר 'שקר'.
ב. איזו משימה מבצע האלגוריתם?

שאלה 4

נתון האלגוריתם הבא, אשר מקבל את המחנסנית S1 כפרמטר לפי כתובת (by address), במקום לפי ערך. כלומר, הפעם שינויים שחלים ב-S1 בתוך האלגוריתם, ישפיעו גם לאחר ביצועו:

תצפומה (S1)

$S2 \leftarrow$ **אתחל-מחנסנית**

אם לא מחנסנית-ריקה? (S1), אזי:

$x \leftarrow (S1)$ **פוף-מחנסנית**

כף צוף לא מחנסנית-ריקה? (S1), **הצף**:

אם $x < (S1)$ **הצף-מחנסנית**, אזי:

חוף-מחנסנית (פוף-מחנסנית (S1), S2)

אחרת:

חוף-מחנסנית (S2,x)

$x \leftarrow (S1)$ **פוף-מחנסנית**

כף צוף לא מחנסנית-ריקה? (S2), **הצף**:

חוף-מחנסנית (פוף-מחנסנית (S1), (S2))

החזר x

- א. עקבו אחר ריצת האלגוריתם על הקלט $S1 = [2,5,6,8,9,0,1,3,5]$, והסבירו את תפקידו.
ב. כתבו גירסה רקורסיבית של אלגוריתם זה.

שאלה 5

נתון האלגוריתם הבא, אשר מקבל את המחסנית S1 כפרמטר לפי כתובת (by address), ולא לפי ערך. האלגוריתם עושה שימוש באלגוריתם 'תעלומה', מהשאלה הקודמת.

10 (S1)

אתחל-מחסנית $S2 \leftarrow$

כל עוד לא מחסנית-ריקה? (S1), **כצא:**

חולף-מחסנית (תצלומה (S2,S1))

כל עוד לא מחסנית-ריקה? (S2), **כצא:**

חולף-מחסנית (חולף-מחסנית (S1,S2))

מה מבצע האלגוריתם?

שאלה 6

א. פתחו אלגוריתם בשם **איבר-בעומק-מחסנית** (S,k), המחזיר את האיבר הנמצא בעומק k במחסנית S המכילה תווים. הפונקציה אינה משנה את מצבה הסופי של המחסנית S.

לדוגמא, אם המחסנית S נראית כך:

&
@
A
\$
3

אז **איבר-בעומק-מחסנית** (S,4)

יחזיר את התו '\$'.

ב. שני סטודנטים מתווכחים לגבי הפונקציה: האחד טוען כי הפונקציה **איבר-בעומק-מחסנית** שימושית ביותר, ועל כן כדאי להוסיפה לממשק המחסנית. הסטודנט השני טוען כי פונקציה זו אינה "טבעית" לטיפוס הנתונים מחסנית, ועדיף להימנע מהשימוש בה. מי לדעתכם צודק?

שאלה 7

כתבו **אלגוריתם מילולי** המקבל מחסנית של מס' שלמים. נתון כי המחסנית לא ריקה וכי היא מכילה כמות זוגית של איברים. האלגוריתם יחזיר 'אמת' אם סכום המספרים האי-זוגיים במחסנית, שווה לסכום המספרים הנמצאים במקומות האי-זוגיים (המקום הראשון, המקום השלישי, וכו'), ויחזיר 'שקר' אם לא.

2
6
5
3

לדוגמא, בעבור המחסנית הבאה, סכום האיברים האי-זוגיים הוא 8 (הסכום של 5 ו-3), ואילו סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים (המקום הראשון והמקום השלישי) הוא 7 (הסכום של 5 ו-2). מכיוון ש-8 שונה מ-7, האלגוריתם יחזיר 'שקר'.

הקפידו להשתמש בממשק של טיפוס הנתונים המופשט 'מחסנית', כפי שנלמד בכיתה.

שאלה 8

ממשו פונקציה שכותרתה:

```
void merge_sort (int a[], int low, int high)
```

הפונקציה מקבלת מערך $a[]$ של שלמים, ואינדקסים המקיימים: $0 \leq low \leq high$. היא תמייך באופן רקורסיבי את המערך $a[low..high]$, באמצעות האלגוריתם למיון מיזוג (Merge Sort), אך תעשה זאת בסדר יורד, ולא בסדר עולה כפי שלמדנו בכיתה.

שאלה 9

שנה את האלגוריתם מיון-מיזוג (Merge Sort), כך שיפעל בצורה הבאה: אם אורך המערך זוגי, מחלקים אותו לשני חלקים באורך $n/2$, מפעילים קריאה רקורסיבית אחת של האלגוריתם על כל חלק, ומבצעים את שגרת המיזוג; אחרת, מחפשים את האיבר המינימאלי במערך, מחליפים אותו עם האיבר הראשון במערך; ממשיכים כמו במקרה של האורך הזוגי.

א. הסבירו מדוע גם גירסה זו של האלגוריתם פועלת כשורה.

ב. האם לדעתכם סדר הגודל של פונקצית זמן הריצה של אלגוריתם זה שונה מסדר הגודל של פונקצית זמן הריצה של האלגוריתם למיון מיזוג כפי שנלמד בכיתה?

שאלה 10

בתרגיל מס' 3 במבני נתונים ויעילות אלגוריתמים כתבנו גירסאות איטרטיביות (לא רקורסיביות; המשתמשות בלולאה) של האלגוריתם לחיפוש סדרתי ושל האלגוריתם לחיפוש בינארי.

א. ממשו את הפונקציה שכותרתה:

```
int recursive_linear_search (int a[], int n, int num)
```

הפונקציה תקבל מערך a של מס' שלמים (לאו דווקא חיוביים), שגודלו n , ותחפש את המספר num במערך בעזרת האלגוריתם לחיפוש סדרתי (לינארי) הממומש בצורה רקורסיבית. אם המספר מופיע במערך, היא תחזיר את המיקום (האינדקס) של אחד המופעים שלו. אם הוא לא מופיע במערך, היא תחזיר -1.

ב. ממשו את הפונקציה שכותרתה:

```
int recursive_binary_search (int a[], int n, int num)
```

הפונקציה תקבל מערך a ממוין בסדר עולה של מס' שלמים (לאו דווקא חיוביים), שגודלו n , ותחפש את המספר num במערך בעזרת האלגוריתם לחיפוש בינארי הממומש בצורה רקורסיבית. אם המספר מופיע במערך, היא תחזיר את המיקום (האינדקס) של אחד המופעים שלו. אם הוא לא מופיע במערך, היא תחזיר -1.

ג. בנו נוסחת נסיגה המבטאת את סיבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם מסעיף א', ונוסחת נסיגה המבטאת את סיבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם מסעיף ב', ופתרו אותן באמצעות השיטות שלמדנו בכיתה. האם הגירסאות הרקורסיביות של אלגוריתמים אלו יעילות יותר (אסימפטוטית) מהגירסאות האיטרטיביות?